Politechnika Rzeszowska
Katedra Informatyki i Automatyki

Teoretyczne podstawy informatyki

Projekt nr 2

Wojciech Muła, 2FD/P03

LaTeX 2ε

Dana jest gramatyka bezkontekstowa

$$G = \langle\{S, X, Y, x, y\}, \{x, y\}, P, S\rangle$$

Zbiór reguł produkcji P (zestaw nr 179) przedstawia się następująco:

$$\begin{aligned}
&S \to SYX|Y|X\\
&Y \to YY|yXx\\
&X \to XX|yx|x
\end{aligned}$$

Zadanie: przekształcić GBK G do: a) postaci normalnej Greibach, b) postaci normalnej Chomsky'ego.

Postać normalna Greibach

Wszystkie reguły języka są postaci $A \to xC$, gdzie x – symbol terminalny, C – ciąg (także pusty) symboli nieterminalnych. Do przekształceń zostanie użyty lemat, który mówi, że przejście $A \to A\alpha_1|A\alpha_2|\dots|A\alpha_n|\beta_1|\beta_2|\dots|\beta_k$ może zostać zastąpione przez przejścia $A \to \beta_i|\beta_i B$ i $B \to \alpha_i|\alpha_i B$.

Stosujemy lemat dla ostatniego przejścia ($X \to \dots$).

$$\begin{aligned}
&S \to SYX|Y|X\\
&Y \to YY|yXx\\
&X \to X\underbrace{X}_{\alpha}|\underbrace{yx}_{\beta_1}|\underbrace{x}_{\beta_2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&S \to SYX|Y|X\\
&Y \to YY|yXx\\
&X \to yx|x|yxD|xD\\
&D \to X|XD
\end{aligned}$$

Stosujemy lemat dla drugiego przejścia ($Y \to \dots$).

$$\begin{aligned}
&S \to SYX|Y|X\\
&Y \to Y\underbrace{Y}_{\alpha}|\underbrace{yXx}_{\beta}\\
&X \to yx|x|yxD|xD\\
&D \to X|XD
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&S \to SYX|Y|X\\
&Y \to yXx|yXxE\\
&E \to Y|YE\\
&X \to yx|x|yxD|xD\\
&D \to X|XD
\end{aligned}$$

Stosujemy lemat dla pierwszego przejścia ($S \to \ldots$).

$$
\begin{aligned}
&S \to S\underbrace{YX}_{\alpha}|\underbrace{Y}_{\beta_1}|\underbrace{X}_{\beta_2}\\
&Y \to yXx|yXxE\\
&E \to Y|YE\\
&X \to yx|x|yxD|xD\\
&D \to X|XD
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&S \to Y|X|YF|XF\\
&F \to YX|YXF\\
&Y \to yXx|yXxE\\
&E \to Y|YE\\
&X \to yx|x|yxD|xD\\
&D \to X|XD
\end{aligned}
$$

Dodajemy nową regułę $Z \to x$ i stosujemy ją tak, by przejścia $X \to \ldots$ i $Y \to \ldots$ były postaci normalnej Greibach.

$$
\begin{aligned}
&Z \to x\\
&S \to Y|X|YF|XF\\
&F \to YX|YXF\\
&Y \to yXZ|yXZE\\
&E \to Y|YE\\
&X \to yZ|x|yZD|xD\\
&D \to X|XD
\end{aligned}
$$

Rozwijamy $Y \to \ldots$ w S, F, E.

$$
\begin{aligned}
&Z \to x\\
&S \to yXZ|yXZE|X|yXZF|yXZEF|XF\\
&F \to yXZX|yXZEX|yXZXF|yXZEXF\\
&Y \to yXZ|yXZE\\
&E \to yXZ|yXZE|yXZE|yXZEE\\
&X \to yZ|x|yZD|xD\\
&D \to yZ|x|yZD|xD|yZD|xD|yZDD|xDD
\end{aligned}
$$

Rozwijamy $X \to \ldots$ w S (ze względu na przejścia $S \to X$ i $S \to XF$); wprowadzamy również nowe przejście $A \to y$.

$$
\begin{aligned}
&Z \to x\\
&A \to y\\
&S \to yyZZ|yxZ|yyZDZ|yxDZ|yyZZE|yxZE|yyZDZE|yxDZE
\end{aligned}
$$

$$S \rightarrow yZ|x|yZD|xD|yyZZF|yxZF|yyZDZF|yxDZF|yZF|xF|yZDF|xDF$$
$$F \rightarrow yXZX|yXZEX|yXZXF|yXZEXF$$
$$Y \rightarrow yXZ|yXZE$$
$$E \rightarrow yXZ|yXZE|yXZE|yXZEE$$
$$X \rightarrow yZ|x|yZD|xD$$
$$D \rightarrow yZ|x|yZD|xD|yZD|xD|yZDD|xDD$$

Ostatecznie otrzymujemy nową gramatykę w postaci normalnej Greibach.

$$G' = \langle \{S, X, Y, Z, A, x, y\}, \{x, y\}, P', S \rangle$$

P':

$$Z \rightarrow x$$
$$A \rightarrow y$$
$$S \rightarrow yAZZ|yZZ|yAZDZ|yADZ|yZZZE|yAZE|yZZDZE|yADZE$$
$$S \rightarrow yZ|x|yZD|xD|yZZZF|yAZF|yZZDZF|yADZF|yZF|xF|yZDF|xDF$$
$$F \rightarrow yXZX|yXZEX|yXZXF|yXZEXF$$
$$Y \rightarrow yXZ|yXZE$$
$$E \rightarrow yXZ|yXZE|yXZE|yXZEE$$
$$X \rightarrow yZ|x|yZD|xD$$
$$D \rightarrow yZ|x|yZD|xD|yZD|xD|yZDD|xDD$$

Postać normalna Chomsky'ego

Wszystkie reguły języka są postaci $A \to BC$ lub $A \to a$, gdzie A, B, C – symbole nieterminalne, a – symbol terminalny.

$$
\begin{aligned}
&S \to SYX|Y|X \\
&Y \to YY|yXx \\
&X \to XX|yx|x
\end{aligned}
$$

Rozwijamy regułę Y, a następnie X w S. Później stosujmy regułę X dla samej siebie, podobnie Y.

$$
\begin{aligned}
&S \to SYX|YYYY|yXxyXx|yXx|XXXX|yxyx|xx|yx|x \\
&Y \to YYYY|yXxyXx|yXx \\
&X \to XXXX|yxyx|xx|yx|x
\end{aligned}
$$

Dodajemy nowe reguły: $A \to x$, $B \to y$, $C \to BA$ (yx), $D \to XX$, $E \to YY$, $F \to BX$ (yX).

$$
\begin{aligned}
&S \to SYX|EE|FxFx|Fx|DD|CC|AA|BA|x \\
&Y \to EE|FxFx|Fx \\
&X \to DD|CC|AA|BA|x
\end{aligned}
$$

Dodajemy dwie nowe reguły $G \to FA$ (Fx) oraz $H \to SY$ i ostatecznie otrzymujemy nową gramatykę w postaci normalnej Chomsky'ego.

$$
\begin{aligned}
&S \to HX|EE|GG|FA|DD|CC|AA|BA|x \\
&Y \to EE|GG|FA \\
&X \to DD|CC|AA|BA|x \\
&A \to x \\
&B \to y \\
&C \to BA \\
&D \to XX \\
&E \to YY \\
&F \to BX \\
&G \to FA \\
&H \to SY
\end{aligned}
$$