Politechnika Rzeszowska
Katedra Informatyki i Automatyki

Teoretyczne podstawy informatyki

Projekt nr 5

Wojciech Muła, 2FD/P03

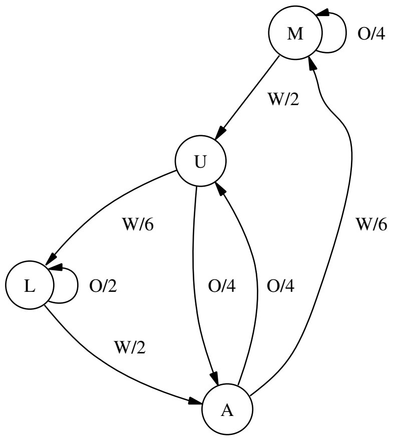
$\LaTeX\ 2_\varepsilon$

Dany jest skończony automat Mealy'ego

$$M = \langle X, Y, Q, \lambda, \delta \rangle$$

gdzie $X = \{W, O\}$, $Y = \{2, 4, 6\}$, $Q = \{M, U, L, A\}$. *Funkcję przejścia* δ oraz *funkcję wyjścia* λ przedstawia poniższa tablica (zestaw nr 1) oraz graf.

Q/X	W	O
M	U/2	M/4
U	L/6	A/4
L	A/2	L/2
A	M/6	U/4



Zadanie: znaleźć dowolną kombinację słów wejściowych (ze zbioru X), która spowoduje, że na wyjściu automatu pojawi się słowo 4 (ze zbioru Y), jeśli stan wewnętrzny automatu to A.

$$R_{A4} = ?$$

Przy rozwiązywaniu zadania wykorzystane zostanie twierdzenie, które mówi, że równanie $X = AX + B$ może zostać uproszczone do postaci $X = A^*B$, jeśli słowo A nie może być puste Λ ($\Lambda \notin A$).

Rozwiązanie

Układamy układ równań.

$$\begin{cases} R_{A4} = WR_{M4} + OR_{U4} + O \\ R_{M4} = WR_{U4} + OR_{M4} + O \\ R_{U4} = WR_{L4} + OR_{A4} + O \\ R_{L4} = WR_{A4} + OR_{L4} \end{cases}$$

Stosujemy ww twierdzenie dla równań R_{M4} oraz R_{L4}.

$$\begin{cases} R_{A4} = WR_{M4} + OR_{U4} + O \\ R_{M4} = O^*WR_{U4} + O^*O \\ R_{U4} = WR_{L4} + OR_{A4} + O \\ R_{L4} = O^*WR_{A4} \end{cases}$$

Podstawiamy wyrażenie R_{L4} w R_{U4}, oraz R_{M4} w R_{A4}.

$$\begin{cases} R_{A4} = WO^*WR_{U4} + WO^*O + OR_{U4} + O \\ R_{U4} = WO^*WR_{A4} + OR_{A4} + O \end{cases}$$

Podstawiamy R_{U4} do R_{A4}.

$$R_{A4} = \underline{WO^*WWO^*W}R_{A4} + \underline{WO^*WO}R_{A4} + WO^*WO + WO^*O + \underline{OWO^*W}R_{A4} + \underline{OO}R_{A4} + OO + O$$

Ponownie stosujemy ww twierdzenie i otrzymujemy rozwiązanie.

$$R_{A4} = [WO^*WWO^*W + WO^*WO + OWO^*W + OO]^* \, [WO^*WO + WO^*O + OO + O]$$

Sprawdzenie

Podanie na wejście słów, których **początek**, pasuje do pierwszego podwyrażenia, zamkniętego w nawiasach kwadratowych (dla którego zastosowano dopełnienie Kleene'a), nie powinno zmienić stanu wewnętrznego automatu – w tym przypadku A. Sprawdzenie:

- Dla słów postaci WO^*WWO^*W automat zmienia (kolejno) stany: A, M...M, U, L...L, A.
- Dla słów postaci WO^*WO automat zmienia (kolejno) stany: A, M...M, U, A.
- Dla słów postaci OWO^*W automat zmienia (kolejno) stany: A, U, L...L, A.
- Dla słowa OO automat zmienia (kolejno) stany: A, U, A.

Jak widać w każdym przypadku „końcowym" stanem jest A.

Teraz „końcówka" słowa wejściowego pasująca do drugiego podwyrażenia zamkniętego w nawiasach kwadratowych, powinna spowodować, że wyjście automatu przyjmie stan 4. Sprawdzenie.

- Dla słów postaci WO^*WO automat przechodzi przez stany: A, M...M, U, A; ostatnie przejście, ze stanu U do A, pod wpływem słowa O spowoduje ustawienie wyjścia w stan 4.

- Dla słów postaci WO^*O automat przechodzi przez stany: A, M…M, M; ostatnie przejście, które wykonuje się co najmniej raz, to pętla od M do M, która powoduje ustawienie wyjścia w stan 4.
- Dla słowa OO automat przechodzi ze stanu A do U, po czym powraca do A; jednocześnie wyjście jest ustawiane w stan 4.
- Dla słowa O automat przechodzi ze stanu A do U, ustawia wyjście na 4.

Można wyróżnić trzy przejścia, które powodują, że wyjście przyjmuje żądany stan 4: $M \stackrel{O/4}{\to} M$, $A \stackrel{O/4}{\to} U$ i $U \stackrel{O/4}{\to} A$. Wszystkie one są osiągane, jeśli słowa wejściowe pasują do wyrażenia R_{A4}.